

## Aufgaben mit Ebenen

	Parameterform	Normalenform	Koordinatenform
<b>Darstellung</b>	$\vec{x} = \vec{p} + r\vec{u} + s\vec{v}$	$[\vec{x} - \vec{p}] \cdot \vec{n} = 0$	$ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$
<b>Beispiel</b>	$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} = 0$	$2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22$
<b>Spurpunkte</b>			Zur grafischen Darstellung der Ebene die Spurpunkte berechnen. Zwei Koordinaten gleich 0 setzen und jeweils die dritte ausrechnen.
<b>Beispiel</b>			E: $2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22$ $S_1: 2x_1 = 22 \Rightarrow S_1(11 0 0)$ $S_2: -x_2 = 22 \Rightarrow S_2(0 -22 0)$ $S_3: 5x_3 = 22 \Rightarrow S_3(0 0 4,4)$
<b>Punktprobe</b> Liegt ein Punkt auf der Ebene?	- Ortsvektor des Punktes einsetzen - das LGS lösen. - Existiert r und s, so dass eine eindeutige Lösung existiert, dann liegt der Punkt auf E.	- Ortsvektor des Punktes einsetzen, - den Differenzvektor und das Skalarprodukt berechnen. - Kommt 0 raus, so liegt der Punkt auf E.	Punkt $(x_1 x_2 x_3)$ einsetzen
<b>Beispiel</b> gegeben: Punkt A(1 0 4)	I: $1 = 4 + r + 5s$ II: $0 = 1 + 2r$ III: $4 = 3 - 2s$  $\Rightarrow r = -0,5$ aus II $\Rightarrow s = -0,5$ aus III $\Rightarrow$ in I überprüfen ergibt $1=1$ $\Rightarrow$ A liegt auf der Ebene	$\left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$  $= \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} = -6 + 1 + 5 = 0$ $\Rightarrow$ A liegt auf der Ebene	$2 \cdot 1 - 1 \cdot 0 + 5 \cdot 4 = 22$ $\Rightarrow$ A liegt auf der Ebene
<b>Ebenengleichung durch 3 Punkte</b>	$E: \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r\overrightarrow{AB} + s\overrightarrow{AC}$	-	- LGS für $ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$ aus den 3 Punkten $(x_1 x_2 x_3)$ aufstellen. - Den Wert d wählen und die Koeffizienten a, b und c berechnen.
<b>Beispiel</b> gegeben: Punkte A(3 1 4), B(2 2 3), C(3 3 1)	$\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$	-	I: $3a + b + 4c = d$ II: $2a + 2b + 3c = d$ III: $3a + 3b + 1c = d$ LGS auf Stufenform $\Rightarrow$ I: $3a + b + 4c = d$ II': $-4b - c = -d$ III'': $-7c = -d$ Wähle z.B. $d = 14$ Einsetzen ergibt $\Rightarrow c = 2 \Rightarrow b = 3 \Rightarrow a = 1$ $\Rightarrow x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 14$

	Parameterform	Normalenform	Koordinatenform
<b>Darstellung</b>	$\vec{x} = \vec{p} + r \vec{u} + s \vec{v}$	$[\vec{x} - \vec{p}] \cdot \vec{n} = 0$	$ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$
<b>Beispiel</b>	$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} = 0$	$2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22$
<b>Gerade in der Ebene angeben</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Stützvektor übernehmen,</li> <li>- als Richtungsvektor einen Spannvektor der Ebene wählen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Stützvektor übernehmen,</li> <li>- als Richtungsvektor einen Vektor <math>\vec{u}</math> suchen, für den gilt: <math>\vec{n} \cdot \vec{u} = 0</math>.</li> <li>Zwei Werte, z.B. <math>n_2</math> und <math>n_3</math> wählen und <math>n_1</math> aus der Gleichung bestimmen.</li> </ul>	-
<b>Beispiel</b>	$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$	$2u_1 - u_2 + 5u_3 = 0$ Wähle 2 Werte: z.B. $u_1 = 1, u_3 = 0$ $\Rightarrow u_2 = 2$ $\Rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$	-
<b>Gerade senkrecht zur Ebene angeben</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Stützvektor übernehmen,</li> <li>- als Richtungsvektor einen Vektor <math>\vec{n}</math> suchen, für den gilt: <math>\vec{n} \cdot \vec{u} = 0</math> und <math>\vec{n} \cdot \vec{v} = 0</math>.</li> <li>Einen Wert, z.B. <math>n_3</math> wählen und <math>n_1</math> und <math>n_2</math> aus LGS bestimmen.</li> </ul>	Stützvektor übernehmen, der Richtungsvektor der Gerade ist der Normalenvektor der Ebene	Für den Stützvektor einen Punkt der Ebene ermitteln. Richtungsvektor aus den Koeffizienten der Koordinatenform.
<b>Beispiel</b>	$\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = 0$ $\Rightarrow$ I: $n_1 + 2n_2 = 0$ II: $5n_1 - 2n_3 = 0$ Wähle 1 Wert, z.B. $n_3 = 5$ $\Rightarrow n_1 = 2, n_2 = -1$ $\Rightarrow g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$	$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$	Wähle 2 Werte z.B. $x_2 = x_3 = 0$ $\Rightarrow 2x_1 = 22$ $\Rightarrow x_1 = 11$ $\Rightarrow P(11 0 0)$ $\Rightarrow g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 11 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$
<b>Parallele Ebene durch gegebenen Punkt angeben</b>	Ortsvektor von A als Stützvektor wählen, Richtungsvektoren behalten.	Ortsvektor von A als Stützvektor wählen, Normalenvektor behalten.	Punkt A ( $x_1 x_2 x_3$ ) in die Ebene $ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$ einsetzen und das neue d berechnen.
<b>Beispiel</b> gegeben: Punkt A (4 2 7)	$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} = 0$	A in $2x_1 - x_2 + 5x_3 = d$ $\Rightarrow 2 \cdot 4 - 1 \cdot 2 + 5 \cdot 7 = 41$ $\Rightarrow E: 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 41$
<b>Parallele Ebene angeben</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Einen Punkt finden, der nicht auf der Ebene liegt (siehe „Punktprobe“).</li> <li>- siehe „Parallele Ebene durch einen Punkt“</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Einen Punkt finden, der nicht auf der Ebene liegt (siehe „Punktprobe“).</li> <li>- siehe „Parallele Ebene durch einen Punkt“</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Einen Punkt finden, der nicht auf der Ebene liegt (siehe „Punktprobe“).</li> <li>- siehe „Parallele Ebene durch einen Punkt“</li> </ul> <b>ODER:</b> Den Wert auf der rechten Seite der Koordinatengleichung verändern.

	Parameterform	Normalenform	Koordinatenform
<b>Darstellung</b>	$\vec{x} = \vec{p} + r\vec{u} + s\vec{v}$	$[\vec{x} - \vec{p}] \cdot \vec{n} = 0$	$ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$
<b>Beispiel</b>	$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} = 0$	$2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22$
<b>Lage Ebene-Gerade ggf. Schnittpunkt mit Gerade bestimmen</b>	Ebene und Gerade gleichsetzen. Das entstehende LGS mit 3 Gleichungen und 3 Variablen lösen. Eine Lösung $\Rightarrow$ Schnittpunkt Keine Lösung $\Rightarrow$ Parallel $\infty$ viele Lösungen $\Rightarrow$ g in E		Die Koordinaten der Geradengleichung in die Ebenengleichung einsetzen und nach dem Parameter auflösen. Es gilt: Eine Lösung $\Rightarrow$ Schnittpunkt Keine Lösung $\Rightarrow$ Parallel $\infty$ viele Lösungen $\Rightarrow$ g in E
<b>Beispiel</b> gegeben: $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ $4 + r + 5s = -2 + 4t$ $1 + 2r = 1 + t$ $3 - 2s = 3 + t$ $\Rightarrow$ $r + 5s - 4t = -6$ $2r - t = 0$ $-2s - t = 0$ $\Rightarrow$ $r + 5s - 4t = -6$ $10s - 7t = -12$ $t = 1$ $\Rightarrow s = -0,5, r = 0,5$ Für den Schnittpunkt t in g einsetzen: SP (2 2 4)  Bei $0 \cdot t = 0 \Rightarrow$ g in E Bei $0 \cdot t = a (a \in P) \Rightarrow g \parallel E$		$\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$ $x_1 = -2 + 4t$ $x_2 = 1 + t$ $x_3 = 3 + t$  in E: $2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22$  $2 \cdot (-2 + 4t) - (1 + t) + 5 \cdot (3 + t) = 22$ $\Rightarrow -4 + 8t - 1 - t + 15 + 5t = 22$ $\Rightarrow 12t = 12$ $\Rightarrow t = 1$  Für den Schnittpunkt t in g einsetzen: SP (2 2 4)  Bei $0 \cdot t = 0 \Rightarrow$ g in E Bei $0 \cdot t = a (a \in P) \Rightarrow g \parallel E$
<b>Lage Ebene-Ebene Schnitt mit Ebene in Normalenform</b>		Sind die beiden Normalen- vektoren keine Vielfache voneinander, so schneiden sich die Ebenen.  <b>Aber:</b> Die Schnittgerade kann nicht direkt angegeben werden.	
<b>Beispiel</b> gegeben: $E_2: \left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = 0$		$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ sind keine Vielfache $\Rightarrow$ Die Ebenen schneiden sich.	

	Parameterform	Normalenform	Koordinatenform
<b>Darstellung</b>	$\vec{x} = \vec{p} + r\vec{u} + s\vec{v}$	$[\vec{x} - \vec{p}] \cdot \vec{n} = 0$	$ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$
<b>Beispiel</b>	$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} = 0$	$2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22$
<b>Lage Ebene-Ebene Schnitt mit Ebene in Koordinatenform</b>	Die Ebene in Parametergleichung als drei Gleichungen auffassen und in die andere Ebene einsetzen. Gleichung lösen. Im Fall einer Lösung diese wieder in die Parametergleichung einsetzen. So erhält man die Gleichung der Schnittgerade.		Die beiden Ebenengleichungen bilden ein LGS mit 2 Gleichungen und 3 Variablen.  Forme in Stufenform um und setze z.B. $x_3 = t$ .  Berechne aus der zweiten Gleichung $x_2$ und aus der ersten $x_1$ in Abhängigkeit von $t$ .  Durch Auffassen von $\vec{x}$ als $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ erhält man die Gleichung der Schnittgerade.
<b>Beispiel</b> gegeben: $E_2: x_1 - 2x_2 + 7x_3 = 14$	<p><math>E_1</math> als drei Gleichungen:  <math>x_1 = 4 + r + 5s</math>  <math>x_2 = 1 + 2r</math>  <math>x_3 = 3 - 2s</math>  Einsetzen in <math>E_2</math>:  <math>x_1 - 2x_2 + 7x_3 = 14</math>  <math>(4+r+5s) - 2(1+2r) + 7(3-2s) = 14</math>  <math>4 + r + 5s - 2 - 4r + 21 - 14s = 14</math>  <math>23 - 3r - 9s = 14 \quad   -23</math>  <math>-3r - 9s = -9 \quad   : (-3)</math>  <math>r + 3s = 3 \quad   -3s</math>  <math>r = 3 - 3s</math>  In Parametergleichung einsetzen:  <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + (3-3s) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}</math>  <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} - 3s \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}</math>  <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}</math>  <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix}</math>  = Gleichung der Schnittgerade</p>		<p>I: <math>2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22</math>  II: <math>x_1 - 2x_2 + 7x_3 = 14</math>  <math>\Rightarrow</math>  I: <math>2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22</math>  IIa: <math>3x_2 - 9x_3 = -6</math>  Setze: <math>x_3 = t</math>  Aus IIa folgt: <math>x_2 = -2 + 3t</math>  Aus I folgt:  <math>2x_1 - (-2 + 3t) + 5t = 22</math>  <math>2x_1 + 2 - 3t + 5t = 22 \quad   -2</math>  <math>2x_1 + 2t = 20 \quad   -2t</math>  <math>2x_1 = 20 - 2t \quad   : 2</math>  <math>x_1 = 10 - t</math>  Auffassen von <math>\vec{x}</math> als <math>\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}</math>:  <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 10 - t \\ -2 + 3t \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}</math>  = Gleichung der Schnittgeraden</p>

	Parameterform	Normalenform	Koordinatenform
<b>Darstellung</b>	$\vec{x} = \vec{p} + r\vec{u} + s\vec{v}$	$[\vec{x} - \vec{p}] \cdot \vec{n} = 0$	$ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$
<b>Beispiel</b>	$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} = 0$	$2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22$
<b>Lage Ebene-Ebene Schnitt mit Ebene in Parameterform</b>	Die beiden Ebenen gleichsetzen. Man erhält ein LGS mit 3 Gleichungen und 4 Variablen. Hat dieses keine Lösung, so sind die Ebenen parallel. Anderenfalls die letzte Gleichung (nach Stufenform) in die erste Ebene einsetzen. So erhält man die Gleichung der Schnittgerade.		Die Ebene in Parametergleichung als drei Gleichungen auffassen und in die andere Ebene einsetzen. Gleichung lösen. Im Fall einer Lösung diese wieder in die Parametergleichung einsetzen. So erhält man die Gleichung der Schnittgerade.
<b>Beispiel gegeben:</b> $E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$	$E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$  $4 + r + 5s = 6 + 2t + 3u$ $1 + 2r = 3 + t + 5u$ $3 - 2s = 2 + u$  $r + 5s - 2t - 3u = 2$ $2r - t - 5u = 2$ $-2s - u = -1$  $\Rightarrow$ in Stufenform: $r + 5s - 2t - 3u = 2$ $10s - 3t - u = 2$ $t + 2u = 1$  $\Rightarrow t = 1 - 2u$  In Ebenengleichung einsetzen: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + (1-2u) \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ = Geradengleichung der Schnittgerade		$E_2$ als drei Gleichungen: $x_1 = 6 + 2r + 3s$ $x_2 = 3 + r + 5s$ $x_3 = 2 + s$  Einsetzen in $E_1$ : $2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22$ $2(6+2r+3s) - (3+r+5s) + 5(2+s) = 22$ $12+4r+6s-3-r-5s+10+5s = 22$ $3r + 6s + 19 = 22 \quad   -19$ $3r + 6s = 3 \quad   :3$ $r + 2s = 1 \quad   -2s$ $r = 1 - 2s$  In Parametergleichung einsetzen: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + (1-2s) \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 2s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$  = Geradengleichung der Schnittgerade

	Parameterform	Normalenform	Koordinatenform
<b>Darstellung</b>	$\vec{x} = \vec{p} + r\vec{u} + s\vec{v}$	$[\vec{x} - \vec{p}] \cdot \vec{n} = 0$	$ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$
<b>Beispiel</b>	$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} = 0$	$2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22$
<b>Abstände</b> <b>Abstand eines Punktes von der Ebene</b>	-	Normalen-Einheitsvektor und damit die <b>Hesse'sche Normalenform</b> bestimmen: $[\vec{x} - \vec{p}] \cdot \vec{n}_0 = 0$ Für den Abstand d zu Punkt R gilt: $d =  [\vec{r} - \vec{p}] \cdot \vec{n}_0 $	Für $ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$ und den Punkt R $(r_1 r_2 r_3)$ gilt: $d = \left  \frac{ar_1 + br_2 + cr_3 - d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \right $
<b>Beispiel</b> Gegeben: Punkt R (10 3 7)	-	$E_{\text{HNF}}: \left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{30}} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} = 0$ $d = \left  \left[ \begin{pmatrix} 10 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{30}} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \right $ $= \left  \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{30}} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \right $ $= \left  \frac{1}{\sqrt{30}} (12 - 2 + 20) \right $ $= \left  \frac{1}{\sqrt{30}} \cdot 30 \right  = \left  \frac{30}{\sqrt{30}} \right  = \sqrt{30}$	Mit E: $2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22$ gilt: $d = \left  \frac{ar_1 + br_2 + cr_3 - d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \right $ $= \left  \frac{2 \cdot 10 - 1 \cdot 3 + 5 \cdot 7 - 22}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 5^2}} \right $ $= \left  \frac{20 - 3 + 35 - 22}{\sqrt{4 + 1 + 25}} \right $ $= \left  \frac{30}{\sqrt{30}} \right  = \sqrt{30}$
<b>Abstände</b> <b>Abstand einer parallelen Geraden zur Ebene</b>	-	- Punkt auf der Geraden bestimmen (siehe Punktprobe) - Abstand des Punktes von der Ebene ermitteln (siehe oben)	- Punkt auf der Geraden bestimmen (siehe Punktprobe) - Abstand des Punktes von der Ebene ermitteln (siehe oben)