

Erwartungswert

Definition:

X sei eine Zufallsgröße mit der Wertemenge x_1, \dots, x_m und den Wahrscheinlichkeiten

$P(X=x_1), \dots, P(X=x_m)$. Dann heißt die Zahl $\mu = E(X) = \sum_{i=1}^m x_i \cdot P(X = x_i)$

der **Erwartungswert** der Zufallsgröße X.

Der Erwartungswert von X ist das gewichtete arithmetische Mittel der Elemente der Wertemenge von X. Als Gewichte dienen die den Elementen x_i zugeordneten Wahrscheinlichkeiten $P(X = x_i)$. Ist der **Erwartungswert des Gewinns** für alle Spieler gleich Null, so nennt man dieses Spiel **fair**, da dann jeder Spieler die gleichen Gewinnchancen hat.

Erwartungswert der Binomialverteilung

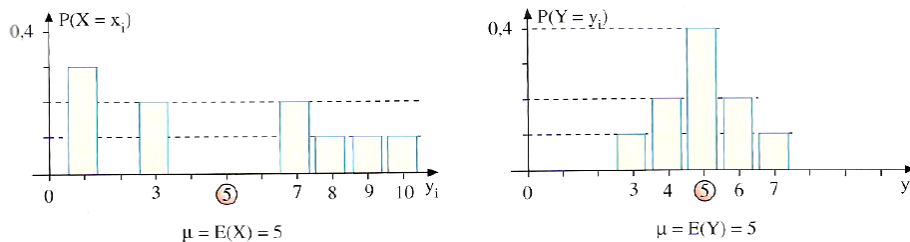
Für eine **binomialverteilte** Zufallsgröße X lässt sich der Erwartungswert einfacher bestimmen:

$$\mu = E(X) = n \cdot p$$

Der Erwartungswert liegt dabei immer in der Nähe des wahrscheinlichsten Wertes (und somit in der Nähe des Maximums der graphischen Darstellung). Der Erwartungswert muss keine ganze Zahl sein !

Varianz und Standardabweichung

Ist von einer Wahrscheinlichkeitsverteilung nur der Erwartungswert bekannt, kann nicht auf die Verteilung bzw. auf deren Aussehen geschlossen werden. Offensichtlich liegen die Wahrscheinlichkeiten der Zufallsgröße Y sehr viel dichter am Erwartungswert als bei der Zufallsgröße X, obwohl beiden den gleichen Erwartungswert $E(X) = E(Y) = 5$ haben.



Dieses Streuungsmaß wird als **Varianz** bezeichnet. Die Wurzel aus der Varianz nennt man die **Standardabweichung**, die ebenfalls ein sehr gebräuchliches Streuungsmaß darstellt.

Definition:

X sei eine Zufallsgröße mit der Wertemenge x_1, \dots, x_m , den Wahrscheinlichkeiten $P(X=x_1), \dots, P(X=x_m)$ und dem Erwartungswert $\mu = E(X)$. Dann heißt die Zahl

$$\text{Var}(X) = V(X) = \sum_{i=1}^m (x_i - \mu)^2 \cdot P(X = x_i)$$

die **Varianz** der Zufallsgröße X.

Die Quadratwurzel aus der Varianz $\sigma = \sqrt{V(x)}$ heißt **Standardabweichung** der Zufallsgröße X. Entsprechend wird die Varianz oft auch als σ^2 bezeichnet.

Standardabweichung bei der Binomialverteilung

Die Varianz und die Standardabweichung bei der Binomialverteilung lässt sich ebenso einfach berechnen wie der Erwartungswert:

Varianz einer Binomialverteilung:

$$\text{Var}(X) = V(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$$

Standardabweichung eine Binomialverteilung:

$$\sigma = \sqrt{V(x)} = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$$

Die Standardabweichung gibt dabei die **Breite** einer Binomialverteilung an.