

# Lineare Gleichungssysteme

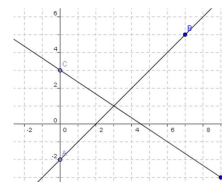
Eine Gleichung der Form  $ax + by = c$  heißt **lineare Gleichung mit zwei Variablen** (z.B.:  $-2x + 4y = 18$ ). Sie hat unendlich viele Lösungen (Zahlenpaare  $(x|y)$ , die die Gleichung erfüllen). Die Lösungen lassen sich als Gerade darstellen.

**Zwei** lineare Gleichungen mit zwei Variablen heißen **lineares Gleichungssystem**. Die gemeinsamen Lösungen der Gleichungen heißen **Lösungen des linearen Gleichungssystems**.

Da die Lösungsmenge einer linearen Gleichung  $ax + by = c$  eine Gerade ist, kann ein lineares Gleichungssystem

$$\begin{aligned} \text{I:} & \quad a_1 x + b_1 y = c_1 \\ \text{II:} & \quad a_2 x + b_2 y = c_2 \end{aligned}$$

- genau eine Lösung (Lösungsgeraden schneiden sich),
- keine Lösung (Lösungsgeraden sind parallel) oder
- unendlich viele Lösungen (Lösungsgeraden sind identisch) haben.



Um die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems zu ermitteln, kann man folgende Verfahren nutzen.

Gleichungssystem I: $18 + 2x = 4y$ II: $4y + 4 = 4x$		
Gleichsetzungsverfahren	Einsetzungsverfahren	Additionsverfahren
<b>Strategie:</b> Versuche eine oder beide Gleichungen so umzuformen, dass bei beiden Gleichungen jeweils einmal dieselbe Seite vorkommt.	<b>Strategie:</b> Versuche eine Gleichung nach x oder y aufzulösen.	<b>Strategie:</b> Versuche die beiden Gleichungen so umzuformen, dass bei einer Addition der Gleichungen eine Variable wegfällt.
<b>I:</b> $18 + 2x = 4y$  <b>II:</b> $4y + 4 = 4x \quad   - 4$ <b>II':</b> $4y = 4x - 4$	<b>I:</b> $18 + 2x = 4y$  <b>II:</b> $4y + 4 = 4x \quad   :4$ <b>II':</b> $y + 1 = x$	<b>I:</b> $18 + 2x = 4y$  <b>II:</b> $4y + 4 = 4x \quad   - 4y$ <b>II':</b> $4 = 4x - 4y$
<b>Strategie:</b> Man kann die jeweils anderen Seiten der beiden Gleichungen <b>gleichsetzen</b> .  Man erhält eine Gleichung, in der nur noch eine Variable vorkommt. Für diese kann der Wert ausgerechnet werden.	<b>Strategie:</b> Man kann den ermittelten Term für x bzw. y in die andere Gleichung <b>einsetzen</b> .  Man erhält eine Gleichung, in der nur noch eine Variable vorkommt. Für diese kann der Wert ausgerechnet werden.	<b>Strategie:</b> Man <b>addiert</b> die (Vielfachen der) Gleichungen, so dass eine der Variablen wegfällt.  Man erhält eine Gleichung, in der nur noch eine Variable vorkommt. Für diese kann der Wert ausgerechnet werden.
<b>Gleichsetzen:</b> $18 + 2x = 4y = 4y = 4x - 4$  $18 + 2x = 4x - 4 \quad   + 4$ $22 + 2x = 4x \quad   - 2x$ $22 = 2x \quad   :2$ <b>11 = x</b>	<b>Einsetzen:</b> $y + 1 = x$ in I: <span style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin-left: 10px;">Klammer setzen!</span> $18 + 2x = 4y \quad   T$ $18 + 2(y + 1) = 4y \quad   T$ $20 + 2y = 4y \quad   - 2y$ $20 = 2y \quad   :2$ <b>10 = y</b>	<b>Addieren:</b> $18 + 2x = 4y$ $4 = 4x - 4y$ <hr style="width: 100%; border: 0.5px dashed black;"/> $22 + 2x = 4x \quad   - 2x$ $22 = 2x \quad   :2$ <b>11 = x</b>
<b>Strategie:</b> Den errechneten Wert in eine der beiden Gleichungen einsetzen.		
<b>Einsetzen (<math>x = 11</math>) in Gleichung I:</b> $18 + 2x = 4y$ $18 + 2 \cdot 11 = 4y \quad   T$ $40 = 4y \quad   :4$ <b>10 = y</b>	<b>Einsetzen (<math>y = 10</math>) in I:</b> $18 + 2x = 4y$ $18 + 2x = 4 \cdot 10 \quad   -18$ $2x = 22 \quad   :2$ <b>x = 11</b>	<b>Einsetzen (<math>x = 11</math>) in Gleichung I:</b> $18 + 2x = 4y$ $18 + 2 \cdot 11 = 4y \quad   T$ $40 = 4y \quad   :4$ <b>10 = y</b>
<b>⇒ Schnittpunkt S (11 10)</b> <b>bzw. <math>L = \{(11 10)\}</math></b>		