

## Nullstellen quadratischer Funktionen

**Nullstellen** sind die **x-Werte einer Funktion, bei denen der Funktionswert gleich Null** ist, d.h. es gilt:  **$f(x) = 0$**  (oder  $y=0$ ). Die Suche nach den Nullstellen lässt sich daher wie folgt zusammenfassen:

1. Setze die Funktion gleich Null
2. Forme die Gleichung nach x um

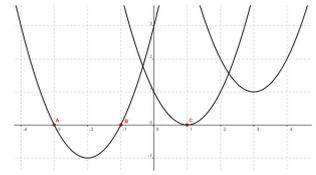
### Achtung:

- Achte beim Umformen darauf, dass du erst die Wurzel ziehst, wenn die Gleichung die Form  $x^2 = z$  bzw.  $(x-d)^2 = z$  hat.

- Eine quadratische Funktion kann 0, 1 oder 2 Nullstellen haben (siehe Skizze).

Beim Ziehen einer Wurzel aus einer Zahl ungleich Null gibt es immer zwei

Lösungen und damit zwei Nullstellen. Muss eine Wurzel aus einer negativen Zahl gezogen werden, so hat die Funktion keine Nullstelle.



Funktion	Strategie	Beispiel
<b><math>f(x) = x^2 - e</math></b> Scheitelpunktform mit $a=1, d=0$	Termumformung	$x^2 - 16 = 0$   + 16 $x^2 = 16$   $\sqrt{\quad}$ <b><math>x_1 = 4</math>     und     <math>x_2 = -4</math></b>
<b><math>f(x) = a x^2 - e</math></b> Scheitelpunktform mit $d=0$	Termumformung	$2x^2 - 8 = 0$   + 8 $2x^2 = 8$   :2 $x^2 = 4$   $\sqrt{\quad}$ <b><math>x_1 = 2</math>     und     <math>x_2 = -2</math></b>
<b><math>f(x) = a (x-d)^2</math></b> Scheitelpunktform mit $e=0$	Nullstelle ist direkt abzulesen	$2 (x-3)^2 = 0$   $\top$ $2 \cdot (x-3) \cdot (x-3) = 0$ <b><math>x_1 = 3</math></b>
<b><math>f(x) = (x-d)^2 - e</math></b> Scheitelpunktform mit $a=1$	Termumformung	$(x-2)^2 - 9 = 0$   + 9 $(x-2)^2 = 9$   $\sqrt{\quad}$ $x-2 = 3$   +2 und $x-2 = -3$   +2 <b><math>x_1 = 5</math>     und     <math>x_2 = -1</math></b>
<b><math>f(x) = a (x-d)^2 - e</math></b> Scheitelpunktform	Termumformung	$2 (x-1)^2 - 18 = 0$   + 18 $2 (x-1)^2 = 18$   :2 $(x-1)^2 = 9$   $\sqrt{\quad}$ $x-1 = 3$   +1 und $x-1 = -3$   +1 <b><math>x_1 = 4</math>     und     <math>x_2 = -2</math></b>
<b><math>f(x) = x^2 + bx</math></b> Normalform mit $a=1, c=0$	x ausklammern	$x^2 + 4x = 0$   $\top$ $x \cdot (x + 4) = 0$ <b><math>x_1 = 0</math>     und     <math>x_2 = -4</math></b>
<b><math>f(x) = ax^2 + bx</math></b> Normalform mit $c=0$	- durch a teilen - x ausklammern	$2x^2 + 6x = 0$   :2 $x^2 + 3x = 0$   $\top$ $x \cdot (x + 3) = 0$ <b><math>x_1 = 0</math>     und     <math>x_2 = -3</math></b>
<b><math>f(x) = x^2 + bx + c</math></b> Normalform mit $a=1$	- Quadratische Ergänzung - Termumformung	$x^2 + 10x + 9 = 0$ $x^2 + 10x + 25 - 25 + 9 = 0$ $(x+5)^2 - 16 = 0$   +16 $(x+5)^2 = 16$   $\sqrt{\quad}$ $x+5 = 4$   -5 und $x+5 = -4$   -5 <b><math>x_1 = -1</math>     und     <math>x_2 = -9</math></b>
<b><math>f(x) = ax^2 + bx + c</math></b> Normalform	- durch a teilen - Quadratische Ergänzung - Termumformung	$2x^2 - 12x + 10 = 0$   :2 $x^2 - 6x + 5 = 0$ $x^2 - 6x + 9 - 9 + 5 = 0$ $(x-3)^2 - 4 = 0$   +4 $(x-3)^2 = 4$   $\sqrt{\quad}$ $x-3 = 2$   +3 und $x-3 = -2$   +3 <b><math>x_1 = 5</math>     und     <math>x_2 = 1</math></b>