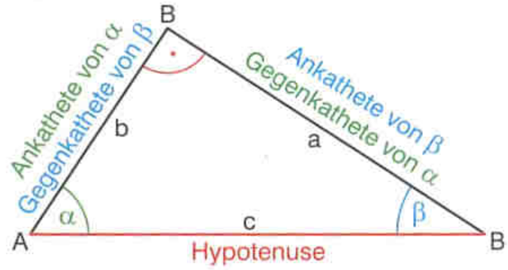
# Trigonometrie

Die so genannten **trigonometrischen** bzw. **Winkel-Funktionen Sinus**, **Kosinus** und **Tangens** ordnen jedem spitzen Winkel in einem **rechtwinkligen** Dreieck ein entsprechendes Seitenverhältnis zu (siehe Tabelle).




**Achtung:** Die Gegenkathete und Ankathete hängt vom jeweils betrachteten Winkel ab!

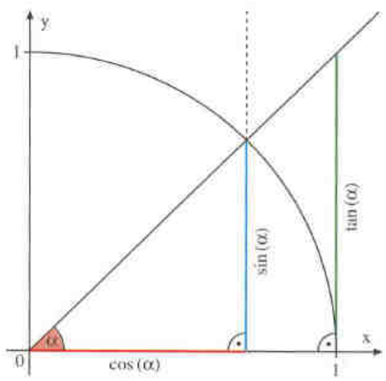
| **Betrachter Winkel** $\alpha$ | | **Betrachter Winkel** $\beta$ |
|---|---|---|
| sin ($\alpha$) = $\frac{a}{c}$ | Der **Sinus** eines Winkels ist das Verhältnis von Gegenkathete zur Hypotenuse. | sin ($\beta$) = $\frac{b}{c}$ |
| cos ($\alpha$) = $\frac{b}{c}$ | Der **Kosinus** eines Winkels ist das Verhältnis von Ankathete zur Hypotenuse. | cos ($\beta$) = $\frac{a}{c}$ |
| tan ($\alpha$) = $\frac{a}{b}$ | Der **Tangens** eines Winkels ist das Verhältnis von Gegenkathete zur Ankathete. | tan ($\beta$) = $\frac{b}{a}$ |

**Merkhilfe:**
Für die trigonometrischen Funktionen gilt: (Auflistung nach der Reihefolge auf dem Taschenrechner)

sin = $\frac{G}{H}$ cos = $\frac{A}{H}$ tan = $\frac{G}{A}$ cot = $\frac{A}{G}$ (**GAGA-H**ühner**H**of **AG**)

mit: G = Gegenkathete, A = Ankathete , H = Hypotenuse

**Darstellung der trigonometrischen Funktionen am Einheitskreis** (Radius = 1)**:**




**Beziehungen zwischen trigonometrischen Funktionen:**
Für alle Winkel $\alpha$ mit $0° \leq \alpha \leq 90°$ gilt:

1) $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$ *

2) $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$ (für $\alpha \neq 90°$)

* **Schreibweise:** Statt $(\sin(\alpha))^2$ schreibt man auch $\sin^2(\alpha)$. Analog schreibt man $\cos^2(\alpha)$ und $\tan^2(\alpha)$.

**<u>Vorgehensweise zur Berechnung von fehlenden Winkeln und Seiten am Dreieck:</u>**
Bei der Berechnung in rechtwinkligen Dreiecken wird meist der „**Satz des Pythagoras**“ oder die Verhältnisse **Sinus, Cosinus und Tangens** benutzt. Dies gilt jedoch **<u>nur</u>** in **<u>rechtwinkligen</u>** Dreiecken. Bei der Berechnung in allgemeinen Dreiecken muss auf den Sinus- bzw. Kosinussatz zurückgegriffen werden.

| **Rechtwinkliges Dreieck?** | **Gegeben** | **Lösungsstrategie** |
|---|---|---|
| ja | 1 Seite, 2 Winkel | - 3. Winkel mit **Winkelsummensatz**<br>- 2. Seite mit Sinus, Kosinus oder Tangens<br>- 3. Seite mit **Pythagoras** |
| ja | 2 Seiten, 1 Winkel | - 3. Seite mit **Pythagoras**<br>- 2. Winkel mit Sinus, Kosinus oder Tangens<br>- 3. Winkel mit **Winkelsummensatz** |
| nein | 1 Seite, 2 Winkel | - 3. Winkel mit **Winkelsummensatz**<br>- 2. Seite mit **Sinussatz**<br>- 3. Seite mit **Sinussatz** |
| nein | 2 Seiten, 1 Winkel (SWS)<br><br>2 Seiten, 1 Winkel (SSW) | - 3. Seite mit **Kosinussatz**<br>- 2. Winkel mit **Sinussatz**<br>- 3. Winkel mit **Winkelsummensatz**<br>bzw.<br>- 2. Winkel mit **Sinussatz**<br>- 3. Winkel mit **Winkelsummensatz**<br>- 3. Seite mit **Kosinussatz**<br><br>**<u>Achtung:</u>** bei sSW **hier** zwei Lösungen α‘ = 180* - α |

**Satz des Pythagoras:**

Ein Dreieck ist rechtwinklig ⇔ Es gilt: $a^2 + b^2 = c^2$

(mit a, b = Katheten, c = Hypotenuse)

**Winkelsummensatz:**

In einem Dreieck beträgt die Summe der Innenwinkel 180°, also:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180°$$

**Sinussatz:**
In einem <u>allgemeinen</u> Dreieck gilt:

$$\frac{\sin(\alpha)}{a} = \frac{\sin(\beta)}{b} = \frac{\sin(\gamma)}{c}$$

**Kosinussatz:**
In einem <u>allgemeinen</u> Dreieck gilt:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\,c\cos(\alpha)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2\,a\,c\cos(\beta)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\,a\,b\cos(\gamma)$$