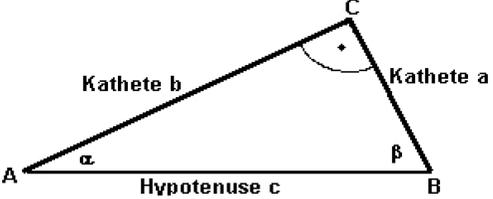


Trigonometrie: Berechnungen an rechtwinkligen Dreiecken

Gegeben sind außer dem rechten Winkel 2 Größenangaben eines rechtwinkligen Dreiecks.	Beispiel 1: $a = 3,37 \text{ cm}, \beta = 18,8^\circ, \gamma = 90^\circ$	Beispiel 2: $a = 4,52 \text{ cm}, c = 7,81 \text{ cm}, \gamma = 90^\circ$
<p style="color: blue;">Lassen sich weitere Längen und Winkel überhaupt ermitteln?</p> Nach den Kongruenzsätzen ist ein Dreieck, bei dem 2 Seiten und ein Winkel (SWS) bzw. 2 Winkel und eine Seite (WSW) gegeben sind, eindeutig konstruieren . ⇒ Alle anderen Größenangaben lassen sich zeichnerisch ermitteln.		
<p style="color: blue;">Lassen sich auch fehlende Größenangaben berechnen?</p> Mit Hilfe des Satzes von Pythagoras ($a^2 + b^2 = c^2$) oder dem Winkelsummensatz im Dreieck ($\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$) lässt sich jeweils die 3. Seite bzw. der 3. Winkel berechnen. ⇒ Der jeweils letzte gesuchte Winkel und die letzte Seitenlänge lassen sich berechnen.	Winkelsummensatz: $\alpha = 180^\circ - \beta - \gamma$ $= 180^\circ - 18,8^\circ - 90^\circ$ $\alpha = \underline{71,2^\circ}$	Satz des Pythagoras: $b^2 = c^2 - a^2$ $= 60,9961 - 20,4304$ $= 40,5769 \quad \sqrt{\quad}$ $b = \underline{6,37}$
<p style="color: blue;">Was lässt sich noch ausrechnen?</p> Aufgrund der Strahlensätze sind zu den gegebenen Winkeln die Seitenverhältnisse festgelegt . Die verschiedenen Seitenverhältnisse sind als Funktionen Sinus, Kosinus und Tangens des jeweiligen Winkels im Taschenrechner hinterlegt. ⇒ Es lassen sich Seitenverhältnisse durch die trigonometrischen Funktionen bestimmen.	$\frac{a}{c} = \cos(\beta)$ $= \cos(18,8^\circ)$ $= 0,947$	$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$ $= \frac{4,52}{7,81}$ $= 0,579$
<p style="color: blue;">Wie helfen die Seitenverhältnisse zur Berechnung der fehlenden Größen?</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mit Hilfe eines Seitenverhältnisses und einer bekannten Seite lässt sich eine weitere Seite berechnen • Aus zwei Seiten und dem sich daraus ergebenden Seitenverhältnis lässt sich über die Umkehrfunktion der trigonometrischen Funktionen ein Winkel bestimmen. ⇒ Aus 2 Größenangaben lassen sich alle weiteren Größenangaben berechnen.	$\frac{a}{c} = 0,947 \quad \cdot c \text{ und } :0,947$ $c = \frac{a}{0,947}$ $= \frac{3,37}{0,947}$ $c = \underline{3,56}$	$\sin(\alpha) = 0,579 \quad \sin^{-1}$ $\alpha = \underline{35,36^\circ}$
Mit Hilfe des Satzes von Pythagoras ($a^2 + b^2 = c^2$) oder dem Winkelsummensatz im Dreieck ($\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$) lässt sich jeweils die 3. Seite bzw. der 3. Winkel berechnen.	Satz des Pythagoras: $b^2 = c^2 - a^2$ $= 12,6736 - 11,3569$ $= 1,3167 \quad \sqrt{\quad}$ $b = \underline{1,15}$	Winkelsummensatz: $\beta = 180^\circ - \alpha - \gamma$ $= 180^\circ - 35,36^\circ - 90^\circ$ $\beta = \underline{54,64^\circ}$